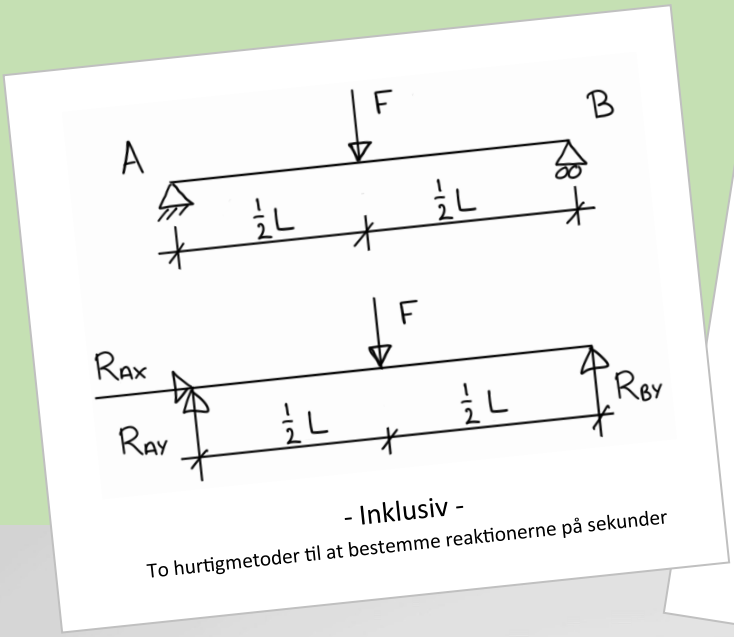
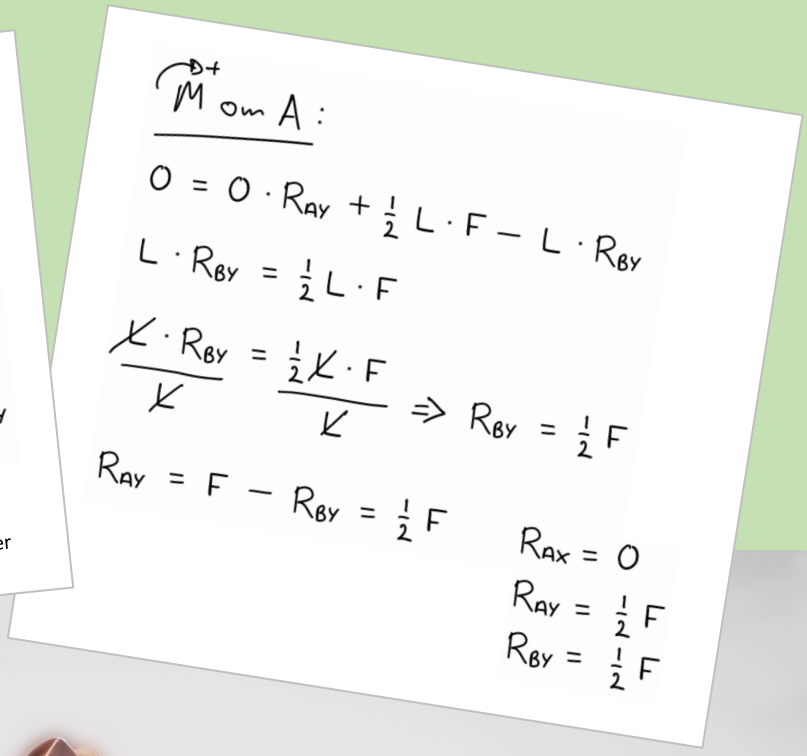
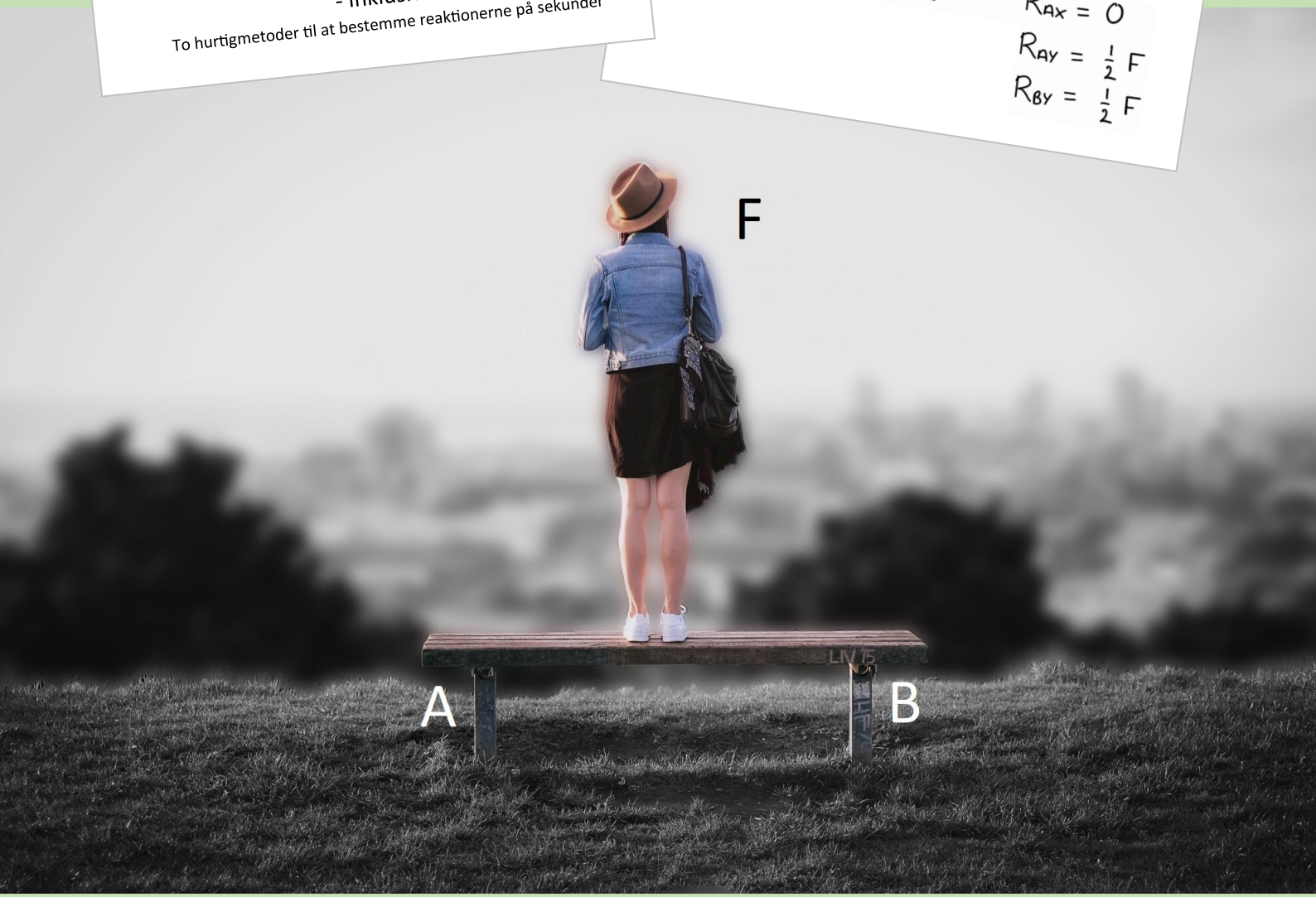






Grundlæggende statik - Virkelighed til modeller

3. *Udgave - Af Ingeniør og underviser Kim Kjærsgaard*

Kan det holde? Hvis din nye og dyre kontorstol går i stykker efter, at du har siddet i den få gange, ville du så købe den samme stol igen, og endda anbefale den til andre?

Ved at anvende statik, styrke- og materialelære, når man konstruerer eller ombygger en konstruktion, kan man dimensionere den, så den kan holde til de forventede belastninger, der opstår når produktet anvendes.

Denne bog er den første af tre lærebøger indenfor faget konstruktion. Trilogien er tiltænkt ingeniører, maskinmestre, produktudviklere, arkitekter, konstruktører, designere, håndværkere, HTX-studerende og andre, der beskæftiger sig med konstruktioner.

Bogen gennemgår teorien for den grundlæggende statik som kræfter, last-typer, understøtninger, momenter, simple bjælkekonstruktioner og ligevægt. I afsnittet om simple bjælkekonstruktioner beregnes de ydre kræfter først med den klassiske metode, og afsluttes med to nye hurtigmetoder, der på få sekunder kan bestemme reaktionerne.

I slutningen af bogen vil der være øvelser i at omsætte fysiske produkter til statiske modeller, samt en case, hvor reaktionerne skal bestemmes.

Om forfatteren
Uddannet håndværker i Flyvevåbnet og ingeniør fra Aalborg Universitet i Esbjerg.

Har siden 2015 arbejdet som underviser på Produktionsteknologuddannelsen på KEA - Københavns Erhvervsakademi.

Samt er CEO hos VAXA Consulting.

VAXA Consulting
Produkt & Forretningsudvikling ▪ VAXA.dk

9 788793 738065

atvide

LÆSE PRØVE

Grundlæggende statik – Virkelighed til modeller

3. udgave

ISBN for Bog: 978-87-93738-02-7

ISBN for E-bog: 978-87-93738-06-5

12 sider inkl. Cover

www.kandetholde.dk

atvide

Alle rettigheder forbeholdes © 2019

Indholdsfortegnelse

Forord

SI præfiks

Laster, understøtninger og ligevægt
- Kraft
- Lasttyper
- Charnier
- Understøtningstyper
- Ligevægt

Moment

Simple bjælkekonstruktioner
- Statisk og frigjort model
- Punktlast
- Linjelast
- Indspændt
- Udhæng
- Hurtigmetode 1 – Brøk forholdet
- Hurtigmetode 2 – Algebra

Virkelighed til modeller
- Øvelser - Fra foto til frigjort model
- Karakteristiske og regningsmæssige laster

Case

ISBN for Bog: 978-87-93738-02-7 ▪ ISBN for E-bog: 978-87-93738-06-5

Forord

Hvorfor statik, styrke- og materialelære
Man kan altid lancere sit produkt i uvisheden, om ens konstruktion kan holde til de forventede laster, der opstår, når kunderne anvender ens produkt. Hvis et produkt går i stykker ved normal brug i garantiperioden, vil man udover udgifter til reparation og fragt også med god sandsynlighed have fået et dårligere image. F.eks. hvis din nye kontorstol går i stykker efter, at du har siddet i den få gange, ville du så købe den samme stol igen og endda anbefale den til andre?

Man kan også bevist kraftigt overdimensionere ens konstruktion, hvilket kan gøre den dyrere at producere, mindre bæredygtig, samt ofte også giver et mere massivt og klodset udseende. Ved at anvende statik, styrke- og materialelære, når man konstruerer eller ombygger en konstruktion, kan man dimensionere det, så det kan holde til de forventede belastninger, der opstår når produktet anvendes.

Den grundlæggende forståelse
Denne bog er den første af tre grundbøger inden for faget konstruktion. Bøgerne vil gennemgå den grundlæggende teori for statik, styrke- og materialelære. Trilogien er tiltænkt ingeniører, arkitekter, maskinmestre, produktudviklere, konstruktører, designere, håndværkere, HTX studerende og andre, der beskæftiger sig med konstruktioner. Formålet med trilogien er at gøre læseren i stand til at regne og optimere på simple konstruktioner, samt få en basal forståelse til anvendelse i et FEM/FEA program. Nogle uddannelser har behov for et højere niveau end trilogien indeholder. Til dette søges der efter samarbejdspartnere til i fællesskab at udvikle yderligere materiale, der bygger oven på trilogien, og er tilpasset det enkle studies ønsker og behov. Se mere på www.kandetholde.dk/partner.

Bogen gennemgår teorien for den grundlæggende statik som kræfter, lasttyper, understøtninger, momenter, simple bjælkekonstruktioner og ligevægt. I afsnittet om simple bjælkekonstruktioner beregnes de ydre kræfter med den klassiske metode, samt afsluttes med to hurtigmetoder til at bestemme reaktionerne på få sekunder. I slutningen af bogen vil der være øvelser i at omsætte fysiske produkter til statiske modeller, samt en case, hvor reaktionerne skal bestemmes.

Få mest ud af bogen
Det anbefales, første gang man læser bogen at løse de stillede opgaver undervejs, samt læser bogen igen en til to uger senere. Ved anden gennemlæsning lægges et stykke papir over udregningerne i bogen, så du selv kan beregne opgaverne, inden de kontrolleres med svarene i bogen. På hjemmesiden www.kandetholde.dk findes der ekstra opgaver, så teorien fra bogen bedre kan indøves.

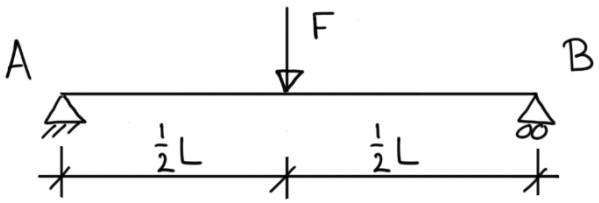
For at få det meste ud af bogen og bedst muligt anvende statik i din dagligdag, skal statikken læres, så du normalt ikke behøver at kigge i bogen eller dine noter. Jo dybere forståelse du opbygger, jo mere optimerede konstruktioner kan du lave. Øvelse gør mester, og at mestre giver indsigt.

Med et ønske om god læring.

ISBN for Bog: 978-87-93738-02-7 ▪ ISBN for E-bog: 978-87-93738-06-5

Laster, understøtninger og ligevægt

Dette afsnit vil gennemgå de elementer der kan indgå i en statisk model, hvor F er en last, L er længden mellem understøtningerne, A og B er understøtninger, samt hvordan man opnår ligevægt.



Kraft

Ifølge historien sad den engelske matematiker, fysiker og astronom Sir Isaac Newton under et æbletræ, da der pludselig faldt et æble ned fra træet. Dette fik Isaac til at undres over, hvorfor æblet ikke fløj opad eller til siden.

Der måtte være en usynlig kraft, som gjorde, at æblet altid faldt ned, og ramte jorden. Han lavede siden en masse eksperimenter omkring denne kraft, og døbte kraften for Tyngdekraften.

Når man skal fastslå en konstruktions laster anvendes Newtons 2. lov, hvor accelerationen (a) er udskiftet med tyngdeacceleration (g).

$$F = m \cdot g$$

$$[N] = [kg] \cdot [m/s^2]$$

Sir Isaac Newton (1643 – 1727)

Tyngdeaccelerationen er afhængig af dens afstand til jordens centrum. Da jordens rotation medfører jorden nærmest har form af en let fladtrykt badebold, skaber dette og lokale forandringer i landskabet en variation i den lokale tyngdeacceleration. Ved ækvator er afstanden til Jordens centrum størst, og afrundet er tyngdeacceleration på 9,78 m/s², mens den i Danmark er 9,82 m/s², hvilket anvendes i denne bog.

Når massen (m) er i kilogram, vil kraften (F) være i Newton. Hvis en last med en masse på 1 kg står på jorden i Danmark, vil lasten påvirke jorden med et tryk på 9,82 N, altså næsten 10 N.

Opgave

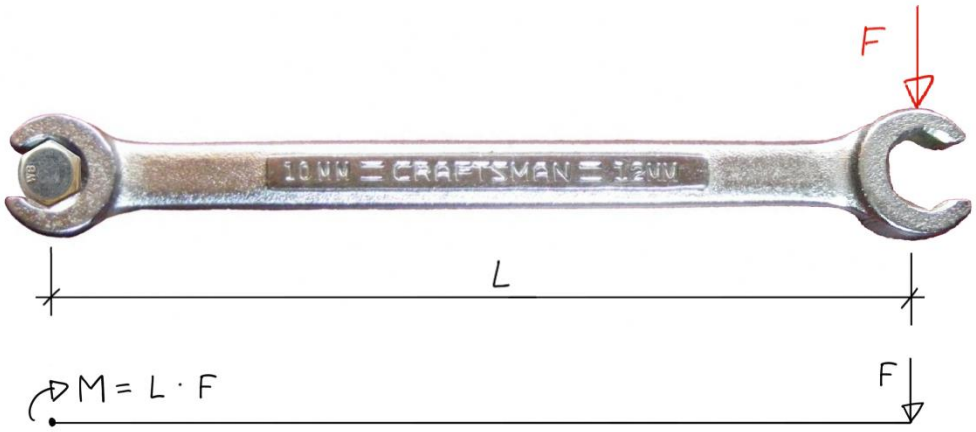
Udregn de to sidste laster i kilogram til Newton, samt hvor meget det cirka svarer til (10 faktor).

1 kg · 9,82 m/s²	=	9,8 N	~	10 N
10 kg · 9,82 m/s²	=	N	~	N
100 kg · 9,82 m/s²	=	N	~	N

ISBN for Bog: 978-87-93738-02-7 ▪ ISBN for E-bog: 978-87-93738-06-5

Moment

Et moment bliver i fysikkens verden også kaldet for et drejningsmoment eller kraftmoment. Et moment opstår, når en kraft (F) påføres med en afstand (L) fra et roteringspunkt. Afstanden bliver også betegnet som armen i denne gamle læresætning *"Moment er lig med kraft gange arm"*.



Hvis fastnøglen påvirkes af en kraft F på 50 N, og afstanden L er 0,20 meter fra centrum af bolten til kraften, så vil momentet være 50 N x 0,20 m = 10 Nm. Når bolten er spændt til, vil den derfor være spændt med 10 Nm. For at opnå ligevægt i konstruktionen skal både summen af kræfter og summen af momenter være lig nul. Når bolten er spændt til kan den optage reaktioner i begge retninger og et moment. Derfor er en til spændt bolt en indspændt understøtning. Kraften F er i Y-retningen, og derfor bliver $R_X = 0$, mens R_Y er den eneste reaktion i Y-retningen, og derfor bliver $R_Y = F$. Momentet på 10 Nm bliver optaget af R_M, da momentet har samme omløbsretning som R_M, så bliver $R_M = -10$ Nm.

Opgave

En nabo har i en genbrugsbutik købt denne kaffemølle, så naboen selv kan male sine kaffebønner.

Men naboen har ikke kræfter til at dreje kværnen rundt.

Hvordan kan man løse dette problem?

ISBN for Bog: 978-87-93738-02-7 ▪ ISBN for E-bog: 978-87-93738-06-5

Simple bjælkekonstruktioner

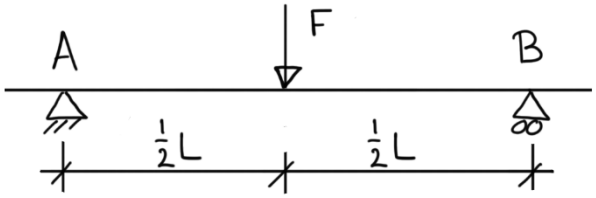
Dette kapitel omhandler metoder til at bestemme de ydre kræfter i simple bjælkekonstruktioner.

Statisk og frigjort model

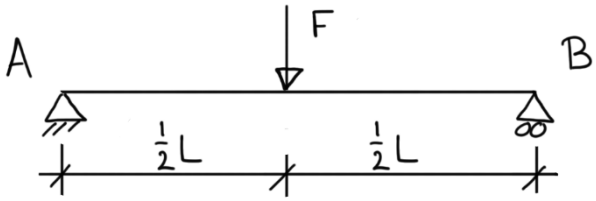
Hvis vi betragter siddefladen på denne bænk, så vil den statiske model være en streg, hvor understøtningerne er placeret på undersiden, et lille stykke inde i hver side. Kvinden bliver til punktlasten F.

Når kvinden står på bænken, vil siddefladen mellem understøtningerne bøje lidt ned. Da konstruktionen ikke er flytbar, skal understøtningerne A og B konstrueres, så de kan håndtere de små flytninger, der opstår pga. nedbøjningen. Derfor bliver understøtningerne i den statiske model til en simpel fast og simpel flytbar understøtning.

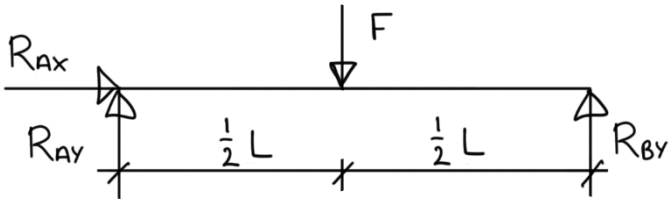
Afstanden mellem understøtningerne får betegnelsen L. Hvis L er 1,5 meter vil der være 0,75 meter eller en $\frac{1}{2}$ L fra understøtning A til kvinden, samt det samme fra kvinden til understøtning B.



For lettere at kunne se reaktionerne i den frigjorte model fjernes den del af bænken, som hænger udover understøtningerne. Da der ses bort fra egenvægten, og der ikke er nogen last på denne del af modellen, vil det ikke gøre nogen forskel.



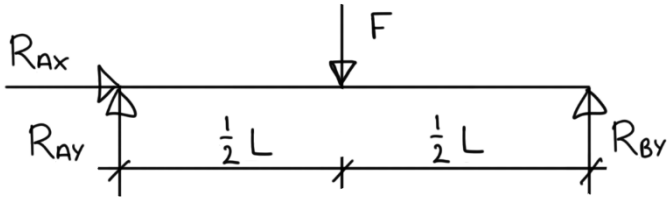
Den statiske model omsættes til en frigjort model ved at ændre understøtningerne til de reaktioner, som de kan optage. For understøtning A bliver R_{AX} reaktionen i X-retningen og R_{AY} reaktionen i Y-retningen. Reaktionerne er navngivet på følgende måde: ”R” fordi det er en reaktion, ”A” da det er i understøtning A, samt ”X” da reaktionen er i X-retningen, altså det vandrette plan.



ISBN for Bog: 978-87-93738-02-7 ▪ ISBN for E-bog: 978-87-93738-06-5

Bestem reaktionerne

Da lasten F kun er i Y-retningen, er der ikke nogen reaktion i X-retningen, altså bliver $R_{AX} = 0$.

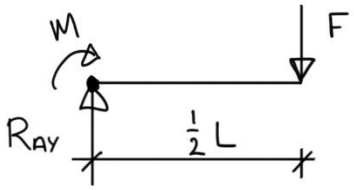


$$R_{AX} = 0$$
$$R_{AY} = ?$$
$$R_{BY} = ?$$

For at finde reaktionerne i Y-retningen tager vi udgangspunkt i understøtning A, og finder laster og reaktioner, som er i Y-retningen. Vi starter med 0 =, da konstruktionen skal være i ligevægt. Det første led i ligningen er reaktionen R_{AY} med afstanden 0. Da reaktionen og afstanden skal ganges med hinanden, giver dette 0.

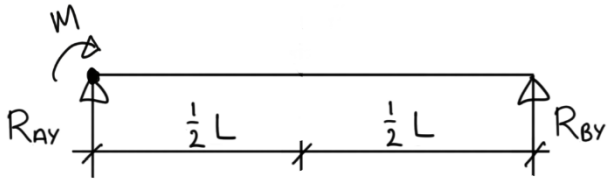
$$\overset{\curvearrowright +}{M} \text{ om } A:$$
$$0 = 0 \cdot R_{AY}$$

Det næste led i ligningen er lasten, som lægger en $\frac{1}{2}$ L fra understøtning A. Lasten roterer med uret ift. understøtning A, som vi har sat til at være positiv. Derfor bliver det et positiv led på $\frac{1}{2}$ L • F, og plusses til ligningen.



$$\overset{\curvearrowright +}{M} \text{ om } A:$$
$$0 = 0 \cdot R_{AY} + \frac{1}{2} L \cdot F$$

Det sidste led er R_{BY}, som har afstanden $\frac{1}{2}$ L + $\frac{1}{2}$ L = L fra understøtning A. Reaktionen roterer mod uret ift. understøtning A, og derfor bliver leddet negativt.



$$\overset{\curvearrowright +}{M} \text{ om } A:$$
$$0 = 0 \cdot R_{AY} + \frac{1}{2} L \cdot F - L \cdot R_{BY}$$

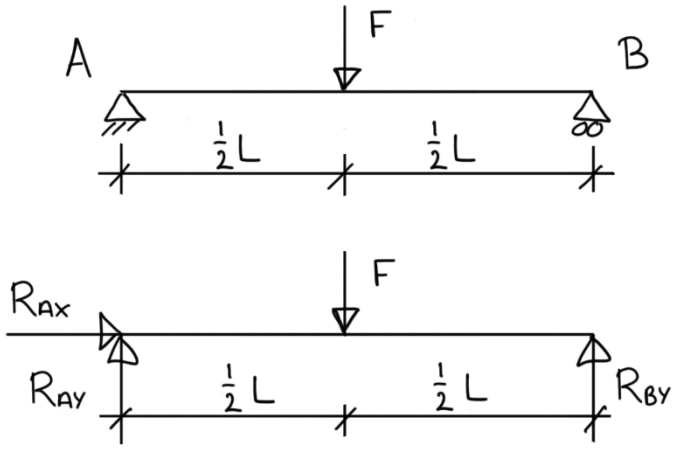
Det hele samles på næste side, og reaktionerne for R_{AY} og R_{BY} udregnes.

ISBN for Bog: 978-87-93738-02-7 ▪ ISBN for E-bog: 978-87-93738-06-5

Punktlast

Konstruktion 1 – En punktlast midt på bjælken

Første skitse er den statiske model med understøtninger og lasten F midt på bjælken. Denne omdannes til en frigjort model, hvor understøtningerne omdannes til de reaktioner, som de kan optage. Da lasten kun er i Y-retningen, er der ingen reaktioner i X-retningen, altså bliver $R_{AX} = 0$



$$R_{AX} = 0$$
$$R_{AY} = \frac{1}{2} F$$
$$R_{BY} = \frac{1}{2} F$$

M om A:

$$0 = 0 \cdot R_{AY} + \frac{1}{2} L \cdot F - L \cdot R_{BY}$$
$$L \cdot R_{BY} = \frac{1}{2} L \cdot F$$
$$\frac{\cancel{L} \cdot R_{BY}}{\cancel{L}} = \frac{\frac{1}{2}\cancel{L} \cdot F}{\cancel{L}} \Rightarrow R_{BY} = \frac{1}{2} F$$
$$R_{AY} = F - R_{BY} = \frac{1}{2} F$$

For at finde reaktionerne i Y-retningen tager vi udgangspunkt i understøtning A. Så finder vi laster og reaktioner, der er i Y-retningen. Vi starter med 0 =, da konstruktionen skal være i ligevægt. Det første led i ligningen er reaktionen R_{AY} med afstanden 0. Da reaktionen og afstanden skal ganges med hinanden, giver denne reaktion = 0. Det næste led i ligningen er lasten, som ligger en $\frac{1}{2}$ L fra understøtning A. Lasten roterer med uret ift. understøtning A, der er sat til at være positiv. Derfor bliver det et positivt led på $\frac{1}{2}$ L • F, og plusses til ligningen. Det sidste led er R_{BY}, som har afstanden $\frac{1}{2}$ L + $\frac{1}{2}$ L = L fra understøtning A. Reaktionen roterer mod uret ift. understøtning A, og hvorved leddet bliver negativt.

Så isoleres L • R_{BY}. Derefter divideres der igennem med L på begge sider, så længden L forsvinder. Dermed bliver $R_{BY} = \frac{1}{2}$ F.

R_{AY} findes ved at trække de opadrettede laster og reaktioner fra de nedadrettede laster og reaktioner. Ligningen bliver derfor $R_{AY} = F - R_{BY} = \frac{1}{2}$ F. Hermed fandt vi reaktionerne for både X- og Y-retningen. Summen af reaktioner og laster bliver 0, dermed er konstruktionen i ligevægt.

ISBN for Bog: 978-87-93738-02-7 ▪ ISBN for E-bog: 978-87-93738-06-5

Virkelighed til modeller

I første del af dette kapitel omsættes produkter til en samlet statisk model, og derefter opsplittes modellen. Den sidste del af kapitellet omhandler lastfastsættelse og brug af sikkerhedsfaktorer.

Øvelser - Fra foto til frigjort model

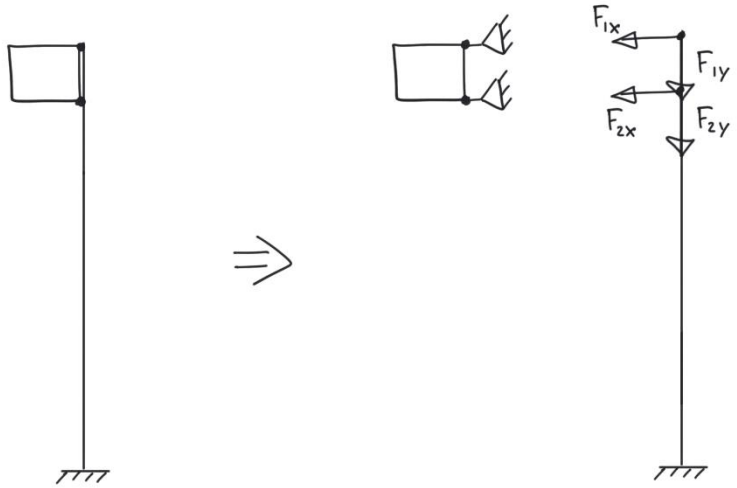
For at træne omsætningen fra fysisk produkt til statisk model, samt afgøre om der kan overføres reaktioner og momenter mellem delene i ens konstruktion, vil de næste konstruktioner være et billede af et fysisk produkt. Omsæt disse produkter til en samlet statisk model og opsplit derefter modellen i dele. Se bort fra egenlasten i alle øvelserne.

Konstruktion 24 – Flag og træpæl
Flaget er fastgjort til træpælen med snor i top og bund.
Træpælen er stukket ned i sandet, så den ikke vælter i vinden.

Først laves en samlet statisk model, og derefter opsplittes den med understøtninger, samt tilhørende reaktioner og momenter mellem delene.

I den samlede model er flaget fastgjort som charnier til træpælen, da snoren kun kan overføre reaktioner fra flaget til stangen.

I den opsplittede model er charnierne blevet til to simple, faste understøtninger, da begge understøtninger kan overføre reaktioner i både X- og Y-retningen. Da jorden kan optage reaktioner og momenter fra træpælen, er dette en indspændt understøtning.

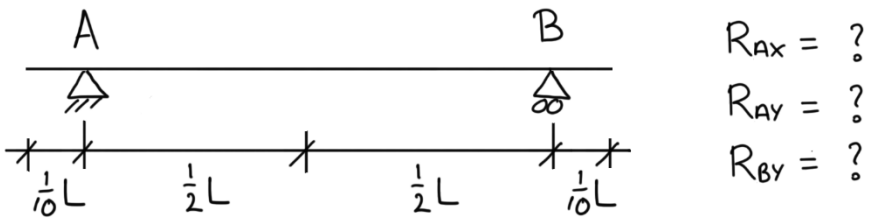


ISBN for Bog: 978-87-93738-02-7 ▪ ISBN for E-bog: 978-87-93738-06-5

Case

Find de maksimale reaktioner i samlingerne mellem siddefladen og stolperne for denne bænk.

Når man ser bort fra kvinden, der står på bænken vil den statiske model for siddefladen se sådan ud.



Find de maksimale positive og negative reaktioner for både understøtning A og B ved følgende lasttilfælde:

1) To voksne á 150 kg pr. person
2) Tre unge mennesker á 100 kg pr. person
3) Fire børn á 75 kg pr. barn

Der skal anvendes en sikkerhedsfaktor på 30 % på alle laster.

For at sikre mod den reaktion, der opstår, når man springer op på bænken i den langsgående retning, skal R_{AX} minimum være 1,5 kN, altså svarende til lidt over 150 kg.

Placer lasterne forskellige steder langs bjælken for at finde de maksimale reaktioner. Tegn de frigjorte modeller, hvor den eller disse maksimale reaktioner findes. Til sidst samles værdierne for reaktionerne. Bemærk, at udhængene i begge sider skal medtages.

ISBN for Bog: 978-87-93738-02-7 ▪ ISBN for E-bog: 978-87-93738-06-5